

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
Математических методов исследования операций
Азарнова Т.В.
26.05.2020



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.21 Дискретная математика

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

10.05.01 Компьютерная безопасность

2. Профиль подготовки/специализация: Математические методы защиты информации

3. Квалификация выпускника: специалист

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Математических методов исследования операций

6. Составители программы: Азарнова Татьяна Васильевна, доктор техн. наук, профессор

7. Рекомендована: НМС факультета Прикладной математики, информатики и механики, протокол №9 от 23.05.2020

8. Учебный год: 2020/2021

Семестр(-ы): 1,2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель изучения дисциплины: изучение и практическое освоение основных разделов дискретной математики – дисциплины, которая является базовой для формирования математической культуры современного специалиста в области моделирования и информационных технологий.

Задачи учебной дисциплины: формирование терминологической базы, а также представления об алгоритмических основах дискретной математики; ознакомление с важнейшими разделами дискретной математики и ее применением для представления информации и решения задач теоретической информатики; ознакомление студентов с методами дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов некоторых классов практических задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Дискретная математика» входит в базовую часть учебного плана и изучается в 1 и 2 семестрах. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Алгебра», «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Информатика» и является базовым курсом программы подготовки специалиста.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями):

Код	Название компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	способностью корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов	<u>Знать:</u> - методы теории множеств, - методы математической логики, - методы алгебры высказываний, - методы теории графов, - методы теории автоматов, - методы теории алгоритмов. <u>Уметь:</u> - разрабатывать эффективные алгоритмы и отлаживать программы с использованием современных компьютерных технологий; <u>Владеть:</u> - навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 8/288.

Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) экзамен 1 семестр, экзамен 2 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ семестра
Контактная работа			
в том числе:	лекции	66	
		34	1
		32	2
	практические	66	
		34	1
		32	2
	лабораторные		
	курсовая работа		
	<i>др. виды(при наличии)</i>		
Самостоятельная работа		84	
		40	1
		44	2
Промежуточная аттестация <i>(для экзамена)</i>		72	
		36	1
		36	2
Итого:		288	288

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1	Элементы теории конечных множеств	Множества. Способы задания и операции. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Отношения порядка и эквивалентности.	ЭУМК дискретная математика
2	Элементы комбинаторики	Комбинаторные конфигурации: перестановки, размещения, сочетания. Методы генерации комбинаторных конфигураций. Биномиальные коэффициенты. Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения.	ЭУМК дискретная математика
3	Элементы теории кодирования.	Основные принципы теории кодирования. Расстояние Хемминга. Основные теоремы теории кодирования. Алгоритмы. Методы оценки качества кодирования.	ЭУМК дискретная математика
4	Элементы теории графов	Граф, подграф. Планарность. Связность и устойчивость. Прикладные задачи на графах.	ЭУМК дискретная математика
5	Элементы логики высказываний	Формулы логики высказываний. Формализованное представление рассуждений в логике высказываний. Проверка рассуждений на логическую правильность. Основные законы логики высказываний. Исчисление высказываний.	ЭУМК дискретная математика

6	Булевы функции	Понятие булевых функций. Основные булевы функции от двух переменных. СДНФ и СКНФ. ДНФ, минимальные ДНФ. Понятие формулы над системой булевых функций. Понятие замыкания системы булевых функций, основные замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.	ЭУМК дискретная математика
7	Логика предикатов	Предикаты. Операции логики предикатов. Кванторы общности и кванторы существования. Формализованное представление рассуждений на языке предикатов. Запись математических утверждений на языке предикатов. Исчисление предикатов.	ЭУМК дискретная математика
8	Элементы теории алгоритмов	Основные подходы к определению алгоритмов. Частично-рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Вычисления и алгоритмическая неразрешимость. Сложность алгоритмов.	ЭУМК дискретная математика
2. Практические занятия			
1	Элементы теории конечных множеств	Множества. Способы задания и операции. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Отношения порядка и эквивалентности.	ЭУМК дискретная математика
2	Элементы комбинаторики	Комбинаторные конфигурации: перестановки, размещения, сочетания. Методы генерации комбинаторных конфигураций. Биномиальные коэффициенты. Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения.	ЭУМК дискретная математика
3	Элементы теории кодирования.	Основные принципы теории кодирования. Расстояние Хемминга. Основные теоремы теории кодирования. Алгоритмы. Методы оценки качества кодирования.	ЭУМК дискретная математика
4	Элементы теории графов	Граф, подграф. Планарность. Связность и устойчивость. Прикладные задачи на графах.	ЭУМК дискретная математика
5	Элементы логики высказываний	Формулы логики высказываний. Формализованное представление рассуждений в логике высказываний. Проверка рассуждений на логическую правильность. Основные законы логики высказываний. Исчисление высказываний.	ЭУМК дискретная математика
6	Булевы функции	Понятие булевых функций. Основные булевы функции от двух переменных. СДНФ и СКНФ. ДНФ, минимальные ДНФ. Понятие формулы над системой булевых функций. Понятие замыкания системы булевых функций, основные замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.	ЭУМК дискретная математика
7	Логика предикатов	Предикаты. Операции логики предикатов. Кванторы общности и кванторы существования. Формализованное представление рассуждений на языке предикатов. Запись математических утверждений на языке предикатов. Исчисление предикатов.	ЭУМК дискретная математика
8	Элементы теории алгоритмов	Основные подходы к определению алгоритмов. Частично-рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Вычисления и алгоритмическая неразрешимость. Сложность алгоритмов.	ЭУМК дискретная математика

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементы теории конечных множеств	10	10		14	34
2	Элементы комбинаторики	10	10		12	32
3	Элементы теории кодирования.	4	4		6	14
4	Элементы теории графов	10	10		14	34
5	Элементы логики высказываний	10	10		12	32
6	Булевы функции	10	10		8	28
7	Логика предикатов	4	4		8	16
8	Элементы теории алгоритмов	8	8		10	26
	Итого	66	66		84	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для лучшего усвоения материала студентам рекомендуется домашняя работа с конспектами лекций, выполнение практических заданий для самостоятельной работы, выполнение практических работ, использование рекомендованной литературы и методических материалов. В рамках общего объема часов, отведенных для изучения дисциплины, предусматривается выполнение следующих видов самостоятельных работ студентов (СРС): изучение теоретического материала, выполнение домашних практических заданий, выполнение самостоятельных и контрольных работ.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы;

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие / И. А. Мальцев. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1010-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167838
2	Носов, В. В. Дискретная математика : учебное пособие / В. В. Носов. — Оренбург : ОГУ, 2019. — 144 с. — ISBN 978-5-7410-2304-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/159904
3	Троякова, Г. А. Дискретная математика : учебно-методическое пособие / Г. А. Троякова. — Кызыл : ТувГУ, 2018. — 96 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/156189
4	Петрякова, Е. А. Дискретная математика : учебно-методическое пособие / Е. А.

	Петрякова, Т. С. Синеговская. — Иркутск : ИрГУПС, 2017. — 92 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/134707
5	Математика. Основы дискретной математики : учебное пособие / составитель Н. В. Зорькина. — Ульяновск : УИ ГА, 2019. — 81 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/162500
6	Гашков, С. Б. Дискретная математика. Учебник для вузов : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-8691-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/193306
7	Орлов, Г. С. Дискретная математика : учебное пособие / Г. С. Орлов. — Рязань : РГРТУ, 2012. — 56 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168062
8	Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-2908-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/169172

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Кувайскова, Ю. Е. Алгоритмы дискретной математики : учебное пособие / Ю. Е. Кувайскова. — Ульяновск : УлГТУ, 2017. — 99 с. — ISBN 978-5-9795-1635-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/165014
2	Пинус, А. Г. Дискретные функции. Дополнительные главы дискретной математики : учебное пособие / А. Г. Пинус. — Новосибирск : НГТУ, 2016. — 92 с. — ISBN 978-5-7782-2838-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/118305
3	Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию : учебное пособие / И. В. Бабичева. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1456-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168563
4	Бучацкая, В. В. Введение в дискретную математику : методические указания / В. В. Бучацкая. — Майкоп : АГУ, 2013. — 132 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/146122

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1.	<i>ЭБС Лань</i>
2.	<i>ЭБС ЮРАЙТ</i>
3.	<i>edu.vsu.ru</i>

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Бучацкая, В. В. Введение в дискретную математику : методические указания / В. В. Бучацкая. — Майкоп : АГУ, 2013. — 132 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/146122
2	Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/102606
3	Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-2908-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/106869

4	Дискретная математика с элементами математической логики : учебно-методическое пособие / составитель Е. В. Герлингер. — Сочи : СГУ, 2020. — 24 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/17219
5	Гутова, С. Г. Основы дискретной математики. : учебное пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2019 — Часть 2 — 2019. — 85 с. — ISBN 978-5-8353-2542-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/156123
6	Гутова, С. Г. Основы дискретной математики. Ч. 1 : учебно-методическое пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2018. — 87 с. — ISBN 978-5-8353-2378-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/125463
7	Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1386-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168465

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория должна быть оснащенной современным компьютером с подключенным к нему проектором с видеотерминала на настенный экран. Практические и лабораторные занятия должны проводиться в специализированной аудитории, оснащенной современными персональными компьютерами и программным обеспечением в соответствии с тематикой изучаемого материала. Предполагаемое оборудование для компьютерных классов: компьютеры в составе: системный блок: процесс Intel(R) Core(TM) i3-4160 CPU @ 3.60GHz, оперативная память 8Гб, HDD 500Гб, видеокарта NVIDIA GeForce GTX 750; монитор: Acer V226HQL; мультимедиа-проектор ViewSonic PA503W. Коммутатор HP ProCurve Switch 1400-24G; мультимедийная акустическая система SVEN SPS-702.

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-2 - способностью корректно применять при решении профессиональных	<u>Знать:</u> - методы теории множеств, - методы математической логики, - методы алгебры высказываний, - методы теории графов, - методы теории автоматов,	Элементы теории конечных множеств	Контрольная работа 1
		Элементы комбинаторики	Контрольная работа 2, проверочная работа 1

задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов	- методы теории алгоритмов. <u>Уметь:</u> - разрабатывать эффективные алгоритмы и отлаживать программы с использованием современных компьютерных технологий;	Элементы теории кодирования.	Самостоятельная работа 1
	<u>Владеть:</u> - навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.	Элементы теории графов	Контрольная работа 3
		Элементы логики высказываний	Самостоятельная работа 2
		Булевы функции	Контрольная работа 4
		Логика предикатов	Контрольная работа 4
		Элементы теории алгоритмов	Контрольная работа 5
Промежуточная аттестация			КИМ

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для проведения 1-й промежуточной аттестации используется следующий контрольно-измерительный материал:

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Дайте определение прямого произведения трех множеств $A_1 \times A_2 \times A_3$. Пусть три множества $A_1 = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$ и $A_2 = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 6\}$, $A_3 = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 5\}$ изобразите в пространстве множество $\overline{A_1} \times A_2 \times A_3$ (1 балл)
2. Дайте определение: бинарного отношения на множестве A , суперпозиции бинарных отношений ρ, φ на множестве A . Приведите пример двух различных бинарных отношений ρ, φ на множестве натуральных чисел N , для которых: $\rho \circ \varphi = \left\{ (x, y) : y = \frac{1}{2}x^2 \right\}$. (1 балл)
3. Пусть дано отношение эквивалентности ρ на множестве A . Докажите, что если пара $(x, y) \in \rho$, то элементы x и y порождают одинаковые классы эквивалентности. (1 балл)
4. Дайте определение: бинарного отношения частичного порядка, бинарного отношения линейного порядка, частично-упорядоченного множества, верхних и нижних границ частично-упорядоченного множества. Приведите примеры всех этих понятий на множестве из конечного числа элементов. (1 балл)
5. Предположим, что есть множество, состоящее из N предметов, которые могут обладать всеми или некоторыми из свойств T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 , считается известным количество предметов, обладающих всевозможными сочетаниями свойств. Выпишите в общем виде формулу для количества предметов $A(T_1, \overline{T_2}, T_3, \overline{T_4}, T_5)$, обладающих свойствами T_1, T_3, T_5 и не обладающих свойствами T_2, T_4 . (1 балл)
6. Приведите пример комбинаторной задачи, в которой используется формула сочетаний (неупорядоченных выборов) с повторениями. (1 балл)
7. Докажите формулу для числа размещений с повторениями и числа сочетаний без повторений (2 балла).

8. Сформулируйте алгоритм генерации всех подмножеств некоторого конечного множества. Приведите пример работы алгоритма (2 балла)
9. Дайте определение матрицы взаимной достижимости графа. Продемонстрируйте построение матрицы на небольшом примере. (1 балл).
10. Приведите примеры прикладных задач на графах, которые сводились бы к нахождению числа независимости $\alpha(G)$, числа доминирования $\beta(G)$ и хроматического числа графа $\chi(G)$. (1 балл)
11. Дайте определение внутреннего и внешнего центра графа. Приведите примеры данных понятий. (1 балл).
12. Продемонстрируйте кодирование с помощью кода Хемминга для случая $r = 4$ (2 балла)

Для проведения 2-й промежуточной аттестации используется следующий контрольно-измерительный материал:

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Дайте определение высказывания. Привести примеры. (1 балл)
2. Сформулировать три закона логики высказываний, один из них доказать. (1 балл).
3. Привести пример логически-правильного рассуждения. Ответ обосновать. (1 балл)
4. Перечислить все булевы функции двух переменных. (1 балл)
5. Дать определение двойственной булевой функции. Привести пример построения двойственной к некоторой булевой функции. (1 балл)
6. Дать определение СДНФ и СКНФ для булевых функций. Привести примеры. (1 балл)
7. Дать определение замкнутого класса булевых функций. Привести примеры. (1 балл)
8. Дать определение полной системы булевых функций. Сформулировать теорему Поста. (1 балл)
9. Привести пример проверки системы булевых функций на полноту. (2 балла)
10. Дать определение предиката, множества истинности и ложности для предиката. Привести примеры этих понятий. (1 балл)
11. Привести пример трехместного предиката. Навесить квантор по одной из переменных и проинтерпретировать результат. (1 балл)
12. Сформулировать равносильности в логике предикатов, связанные с использованием кванторов (не менее 4-х). (1 балл).
13. Привести пример записи математических фактов на языке предикатов и построить отрицание этих фактов. (2 балла)

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом дискретной математики;
- 2) умение работать с множествами и бинарными отношениями эквивалентности и порядка;
- 3) умение решать комбинаторные задачи и выполнять комбинаторные алгоритмы;
- 4) умение применять методы теории графов при решении задач в различных прикладных областях;
- 5) умение применять алгоритмы теории кодирования и декодирования информации;
- 6) знание формализованных языков математической логики;
- 6) владение навыками работы с алгоритмами теории графов;
- 6) владение навыками оценки логической правильности рассуждений;
- 7) владение навыками интерпретации полученных результатов в терминах прикладной области с целью получения новых знаний и выводов.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), сдал все практические и лабораторные работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов превышает 80%.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), но не сдал одну практическую или лабораторную работу, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов находится в диапазоне 70-80%.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся демонстрирует неуверенное владение понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), не сдал две практических или лабораторных работы, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов находится в диапазоне 60-70%.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки, не сдал более двух практических или лабораторных работ, среднее количество правильных ответов на вопросы тестов менее 70%.	–	Неудовлетворительно

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

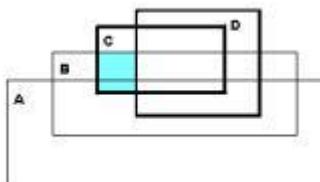
Контрольные работы, самостоятельные работы, проверочные работы

Контрольные работы

Контрольная работа № 1

Вариант 1

- Доказать: $A \cap B = \emptyset \rightarrow A \subseteq \overline{B}$.
- Найдите множество X , удовлетворяющее следующему условию: $A \setminus (A \setminus X) = \emptyset$.
- Решить уравнение $\overline{X \cap A} = (X \setminus B) \cup A$
- Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



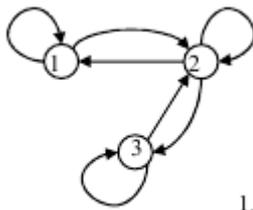
- Найти $\varphi \circ \varphi$, если $\varphi = \{(x, y) \mid 2x \leq 3y, x, y \in R\}$.

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



1.

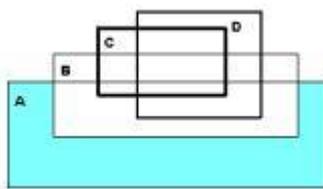
Вариант 2.

1. Доказать: $A \subseteq \bar{B} \cup C \rightarrow A \cap B \subseteq C$.

2. Приведите пример множеств A, B, C таких, чтобы выполнялись условия $A \in B, A \notin C, C \subseteq B$.

3. Решить уравнение $(A \cup X) \setminus B = X \setminus B$

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



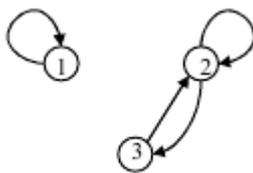
5. Доказать: $\varphi_1 \subseteq \varphi_2 \rightarrow \varphi_1^{-1} \subseteq \varphi_2^{-1}$

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times C = (A \times (C \cap B)) \cup (A \times C)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



2.

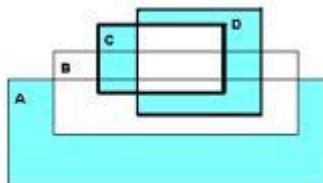
Вариант 3.

1. Доказать: $A \subseteq B \cup C \rightarrow A \cap \bar{B} \subseteq C$.

2. Упростить: $A \setminus ((A \cup B) \setminus B)$.

3. Решить уравнение $(A \setminus X) \cup B = B \otimes X$

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



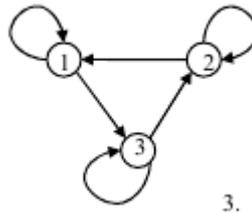
5. Для бинарного отношения $\rho = \left\{ (x, y) \in Z \times Z \mid \frac{3}{x-y} \right\}$ найти $\rho^{-1}, \rho \circ \rho$.

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times (B \Delta C) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (C \cap B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



3.

Вариант 4.

1. Пусть A - множество всех прямых на плоскости. Являются ли следующие отношения отношениями эквивалентности:

- параллельность прямых;
- перпендикулярность прямых?

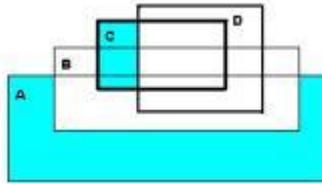
2. Докажите, что для любых множеств A и B имеет место включение $A \cap B \subseteq A \cup B$.

3. Найдите множество X , удовлетворяющее следующим условиям:

$$A \setminus (A \setminus X) = \emptyset \text{ и } \overline{A} \cap \overline{X} = \emptyset$$

4. Решить уравнение $(X \setminus A) \cup B = \overline{A \cap X}$.

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.

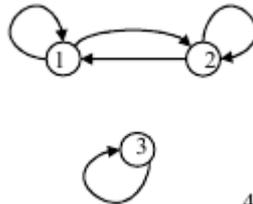


6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times C)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



4.

Вариант 5.

1. Пусть $A = \{*, \otimes\}$. Перечислите все элементы множества A^3, A^4 .

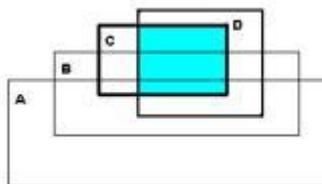
2. Упростить: $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B) \setminus (A \cup (B \setminus C)) \cap A$.

3. Решить уравнение $(X \otimes A) \setminus B = B \cap X$

4. Нарисовать граф следующего бинарного соотношения: $xry \Leftrightarrow \frac{x}{y}$ на множестве $A = \{1,2,3,\dots,15\}$.

Перечислить свойства данного бинарного соотношения.

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.

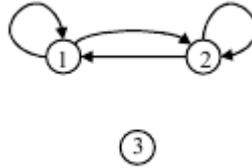


6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times (C \setminus B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



3

5.

Вариант 6.

1. Доказать включение : $A \setminus C \subset (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$.

2. Пусть U - множество точек плоскости, на которой задана декартова система координат:

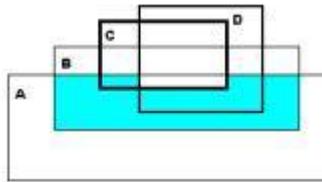
$$A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1\}$$

Изобразить множества $A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$.

3. Решить уравнение $(A \cap X) \otimes B = B \setminus X$

4. Доказать : $(\varphi_1 \cap \varphi_2)^{-1} = \varphi_1^{-1} \cap \varphi_2^{-1}$.

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.

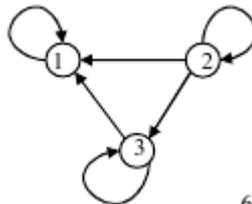


6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times (C \setminus B) = (A \times C) \Delta (A \times (C \cap B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



6.

Вариант 7.

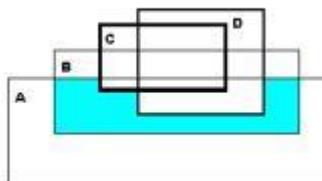
1. Найдите множество всех $a \in R$, таких, чтобы пересечение множеств $A = \{x \in R \mid x^2 - 3ax + 6 = 0\}$,

$$B = \{x \in R \mid ax - 5 = 0\}$$
 было непусто.

2. Доказать : $A \Delta \emptyset = A$.

3. Решить уравнение $A \cap \overline{X \cap B} = (X \setminus A) \cap B$.

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



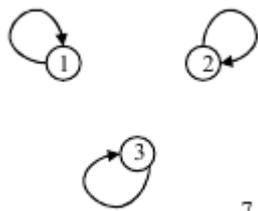
5. Перечислить все элементы бинарного отношения ρ и нарисовать его граф: $x \rho y \Leftrightarrow x < y$ на множестве $A = \{1,2,3,4\}$. Какими свойствами данное отношение обладает?

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times C = (A \times (C \cup B)) \cap (A \times C)$$

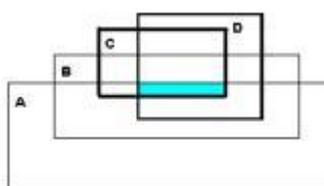
7. Какими свойствами обладает данное отношение



7.

Вариант 8.

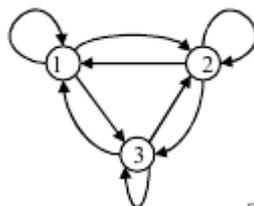
1. Пусть ρ и σ - отношения эквивалентности на множества A . Доказать, что $\rho \cap \sigma$ тоже является отношением эквивалентности на A .
2. Привести пример множеств A, B, C таких, чтобы выполнялись условия: $A \subseteq B, B \in C, A \notin C$.
3. Доказать: $A \subseteq B \rightarrow A \setminus C \subseteq B \setminus C$.
4. Решить уравнение $A \cup X = B \cap X$.
5. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$.

$$A \times (C \cap (B \Delta C)) = (A \times C) \Delta (A \times (C \cap B))$$

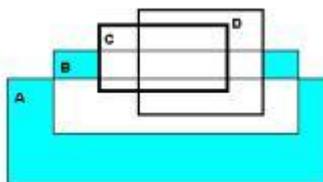
7. Какими свойствами обладает данное отношение



8.

Вариант 9.

1. Найдите множество X , удовлетворяющее следующим условиям: $A \cap X = \emptyset, A \cup X = U$.
2. Верно ли, что: $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$.
3. Решить уравнение $X \setminus A = B \cup (X \setminus A)$.
4. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



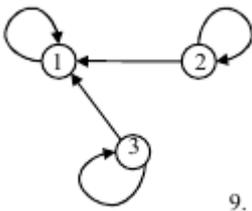
5.

5. Пусть $\rho_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid x = y^2\}, \rho_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid x + y = 0\}$ Найти $\rho_1 \circ \rho_2$.

6. Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}$.

$$A \times (C \setminus B) = (A \times C) \setminus (A \times (C \cap B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение



9.

Вариант 10.

1. Выяснить, какими свойствами обладают следующие бинарные отношения:

$$xry \Leftrightarrow y = |x|$$

$$xry \Leftrightarrow xy > 1$$

Отношения определены на множестве R .

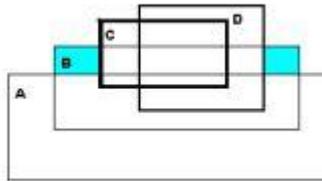
2. Верно ли, что

$$\left. \begin{aligned} A \cup B &= A \cup C \\ A \cap B &= A \cap C \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = C.$$

3. Упростить: $(\bar{A} \setminus B) \cup (A \cap \bar{B})$.

4. Решить уравнение $(A \cup X) \setminus B = B \setminus X \cap A$.

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times (B \Delta C)) \cup (A \times (B \cap C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R	a	b	c	d
a	1	1	1	1
b	0	0	1	1
c	0	1	1	1
d	0	1	0	0

Вариант 11.

1. Пусть $B \cap C = \emptyset$ и $A \cap C \neq \emptyset$. Доказать, что $A \setminus B \neq \emptyset$

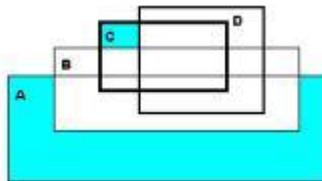
2. Для трех множеств A, B, C проверить истинность утверждения: если $A \neq B$ и $B \neq C$, то $A \neq C$.

3. Решить уравнение $X \cap A = B \cap (X \cup A)$.

4. Пусть φ и ψ - антисимметричные бинарные соотношения, определенные на некотором множестве. Доказать, что

$(\varphi \cap \psi^{-1})$ - антисимметричное соотношение.

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, C = \{1,3\}.$$

$$A \times C = (A \times (C \cup B)) \setminus (A \times (B \setminus C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R_1	a	b	c	d
a	0	1	0	0
b	1	0	1	0
c	0	1	1	0
d	1	0	0	0

Вариант 12.

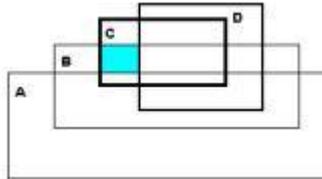
1. Доказать, что $A \subseteq B \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} A \setminus X = B \\ A \cup X = C \end{cases}, \text{ где } A, B, C \text{- заданные множества и } B \subseteq A \subseteq C.$$

3. Решить уравнение $(A \otimes X) \cap X = X \setminus B$.

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



5. Даны отношения:

$$\varphi = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x \geq y\} \text{ и } \psi = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x > y\}.$$

Показать, что $\varphi \circ \psi = \psi \circ \varphi$.

6. Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$.

$$A \times (B \cap C) = (A \times C) \setminus (A \times (C \setminus B))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	0
b	1	0	0	1
c	0	0	0	0
d	0	1	0	0

Вариант 13.

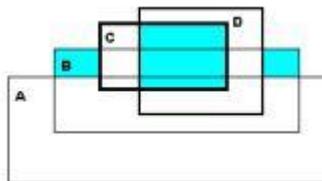
1. Доказать: $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C) \Rightarrow A \subseteq C$

2. Упростить с помощью основных свойств:

$$\overline{((\overline{X \setminus Y}) \cap (\overline{X \cup Y}))}$$

3. Решить уравнение $A \cap X \cup \overline{A} = (X \setminus B) \cap B$.

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



5. Доказать: $(\varphi_1 \circ \varphi_2)^{-1} = \varphi_2^{-1} \circ \varphi_1^{-1}$

6. Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$.

$$A \times (B \cap C) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (B \Delta C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	0	0	0	1
3	1	1	0	0
4	0	1	0	0

Вариант 14.

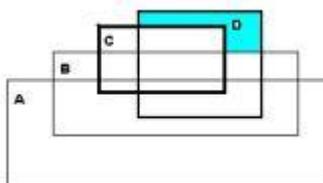
1. Доказать: $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) \cup (A \cap B \cap C) = A \cup B \cup C$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} A \cup X = B \cap X \\ A \cap X = C \cup X \end{cases}$$

3. Решить уравнение $(A \cup X) \setminus B = \bar{A} \cup B \cap X$.

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



5. Найти $f \circ f^{-1}$, если $f = \{(x, y) \in R \times R \mid x + y \leq 0\}$.

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$.

$$A \times (C \setminus B) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times B)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R	1	2	3	4	5
1	1	0	0	1	0
2	0	1	0	0	1
3	0	0	1	0	0
4	1	0	0	1	0
5	0	1	1	0	1

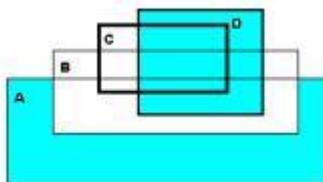
Вариант 15.

1. Упростить: $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$.

2. Доказать: $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

3. Решить уравнение $A \otimes (X \cup B) = X \cap B$.

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



5. Каким свойством обладает отношение подобия на множестве треугольников?

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$.

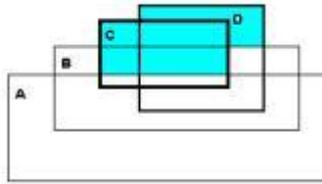
$$B \times A = (B \times (A \setminus C)) \cup (B \times (A \cap C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R	1	2	3	4
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0
4	0	1	0	1

Вариант 16.

- Доказать, что если $A \cup B = U$, то $\bar{A} \subseteq B$.
- Привести пример множеств A, B, C, D , таких, что $A \in B, A \in D, A \notin C, C \subseteq D$.
- Решить уравнение $B \cap X = (A \setminus X) \cap X$.
- Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



- На множестве $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ построить граф бинарного отношения $xry \Leftrightarrow \text{НОД}(x, y) \neq 1$. Перечислить свойства данного отношения.
- Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$.

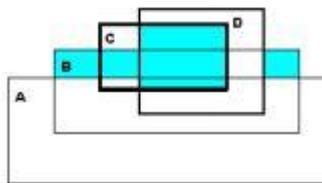
$$B \times A = (B \times (A \cap C)) \cup (B \times A)$$

- Какими свойствами обладает данное отношение

R	a	b	c	d
a	0	1	0	0
b	0	1	0	1
c	1	1	0	0
d	0	1	0	1

Вариант 17.

- Доказать, что $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$.
- Решить уравнение $A \cap X \otimes B = X \setminus A$.
- Определим упорядоченную пару (a, b) как множество $\{\{a\}, \{a, b\}\}$. Докажите, что $(a, b) = (c, d)$ тогда и только тогда, когда $a = c$ и $b = d$.
- Выразить через множества A, B, C, D множество E , которому соответствует заштрихованная область.



- Выяснить, какими свойствами обладают следующие бинарные отношения, определенные на множестве Z^+ :
 $xry \Leftrightarrow x \neq y$
 $xry \Leftrightarrow y = x + 6$
- Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$.

$$B \times A = (B \times A) \cup (B \times (A \setminus C))$$

- Какими свойствами обладает данное отношение

R_2	a	b	c	d
a	1	0	1	0
b	0	1	0	1
c	0	0	1	0
d	0	1	0	1

Вариант 18.

1. Доказать, что включение $A \subseteq B$ равносильно каждому из соотношений

$$A \cup B = B$$

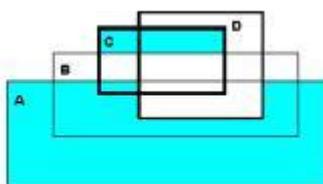
$$A \cap B = A$$

$$\bar{A} \supseteq \bar{B}$$

2. Верно ли утверждение: если $A = B, C \supset A, C \supset B$, то $C \setminus A = C \setminus B$.

3. Решить уравнение $(X \cup B) \setminus A = X \cup A$.

4. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



5. Пусть $f_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid x = y^2\}$, $f_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid x \cdot y > 0\}$.

Найти $f_1 \circ f_2$.

6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}.$$

$$B \times (A \cup C) = (B \times (A \setminus C)) \cup (B \times C)$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R_1	a	b	c	d
a	1	0	1	1
b	0	0	1	0
c	0	0	1	1
d	1	0	1	0

Вариант 19.

1. Доказать, что если φ и ψ есть отношение эквивалентности, то $\varphi \cap \psi, \varphi^{-1}$ также есть отношения эквивалентности.

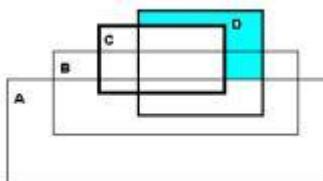
2. Найти геометрическую интерпретацию множеств

$$A \times B, B^2, A^3, \text{ где } A = \{x \mid x \in R, 0 < x < 2\}, B = \{x \mid x \in R, 1 < x < 4\}.$$

3. Решить уравнение $A \cap X \cup B = A \setminus X$.

4. Верно ли утверждение: если $A = C, B = D$, причем $A \supset B, C \supset D$, то $A \setminus B = C \setminus D$.

5. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}.$$

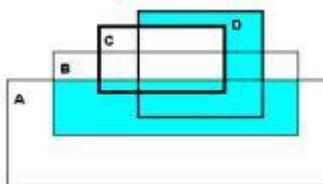
$$B \times A = (B \times A) \cap (B \times (A \cup C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R_2	a	b	c	d
a	0	1	0	1
b	1	0	1	0
c	1	1	0	1
d	1	0	1	0

Вариант 20.

1. Бинарное отношение определено на множестве Z : $x\rho y \Leftrightarrow 2x = 3y$. Найти ρ^{-1} , $\rho \circ \rho^{-1}$.
2. Доказать, что $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$.
3. Решить уравнение $X \cup A = (B \setminus X) \otimes A$.
4. Привести пример последовательности непустых множеств X_1, X_2, \dots, X_n , такой, что $X_1 \supset X_2 \supset \dots \supset X_n$ и $\bigcap_{i=1}^n X_i = \emptyset$.
5. Выразить через множества A, B, C, D множество E, которому соответствует заштрихованная область.



6. Проверить справедливость равенства для множеств $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$, $C = \{1,3\}$.

$$B \times (A \setminus C) = (B \times A) \setminus (B \times (A \cap C))$$

7. Какими свойствами обладает данное отношение

R	a	b	c
a	1	0	1
b	0	1	0
c	1	0	1

Контрольная работа № 2

Вариант 1.

8. Решить уравнение:
 $A_x^2 \cdot C_x^{x-1} = 48$
9. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть эту камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно набрать, чтобы открыть камеру?
10. Сколько различных звуко сочетаний можно взять из десяти выбранных клавиш рояля, если каждое звуко сочетание может содержать от трех до десяти звуков?
11. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы 5 гвоздик одного цвета?
12. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр.
13. Найти общее решение РС и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$\varphi(n+2) = 4\varphi(n+1) + 5\varphi(n)$$

$$\varphi(1) = 1$$

$$\varphi(2) = 5$$

Вариант 2.

8. Решить уравнение:

$$C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$$

9. Сколькими способами 4 черных шара, 4 белых шара и 4 синих шара могут быть разложены в 6 различных пакетов (некоторые пакеты могут быть пустыми).
10. На книжной полке помещается 30 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом первый и второй тома не стояли рядом.
11. Четыре стрелка должны поразить восемь мишеней, каждый по две. Сколькими способами они могут распределить мишени между собой.
12. Шесть ящиков различных материалов доставляются на пять этажей стойки. Сколькими способами можно распределить материалы по этажам? Во скольких вариантах на пятый этаж будет доставлен какой-либо один материал?
13. Найти общее решение РС и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$f(n+2) = 8f(n+1)$$

$$f(1) = 4$$

Вариант 3.

8. Решить уравнение:

$$C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$$

9. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «параллелизм» так, чтобы не менялся порядок гласных букв.
10. Сколькими способами можно накрыть стол на четырех человек, если имеется 6 разных тарелок, 8 разных вилок и 7 разных ножей?
11. Сколькими способами можно выбрать 6 одинаковых пирожных в кондитерской, где есть 11 сортов пирожных? А разных пирожных?
12. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы 1 и 2 находились бы в соседних аудиториях.
13. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого имеется следующая функция:

$$\varphi(n) = n - 17.$$

Вариант 4.

1. Решить уравнение:

$$\frac{A_x^4}{A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}} = \frac{24}{23}$$

2. Имеются 3 волчка с 6, 8, и 10 гранями соответственно. Сколькими различными способами они могут упасть? А если известно, что по крайней мере 2 волчка упали на сторону, помеченную цифрой 1?
3. Сколькими способами можно выбрать 12 человек из 17, если данные двое из этих 17 человек не могут быть выбраны вместе?
4. Сколько чисел, меньших, чем миллион, можно записать с помощью цифр 8 и 9?
5. Поступающий в высшее учебное заведение должен сдать четыре экзамена. Он полагает, что для поступления будет достаточно набрать 17 баллов. Сколькими способами он сможет сдать экзамены, набрав не менее 17 баллов и не получив ни одной двойки.
6. Найти общее решение ЛРС и частное решение, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\varphi(n+2) = 2\varphi(n+1) - \varphi(n)$$

$$\varphi(1) = 1$$

$$\varphi(2) = 2$$

Вариант 5.

1. Решить уравнение:

$$A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$$

2. Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если для передачи писем можно послать 3-х курьеров и каждое письмо можно дать любому из курьеров?
3. Сколькими способами можно переставить буквы слова «самовар» так, чтобы гласные и согласные буквы чередовались.
4. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «факетия» так, чтобы не менялся порядок гласных букв.
5. Сколько есть пятизначных чисел, которые одинаково читаются справа налево (например, 67876)?
6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого имеется следующая функция:

$$\varphi(n) = 5 \cdot 3^n - 1.$$

Вариант 6.

1. Решить уравнение:

$$A_x^3 - 2C_x^4 = 3A_x^2$$

2. Сколькими способами можно переставлять цифры числа 12736 так, чтобы порядок нечетных цифр не менялся?
3. Два почтальона должны разнести 10 писем по 10 адресам. Сколькими способами они могут распределить работу.
4. Собрание из 80 человек избирает председателя, секретаря и трех членов ревизионной комиссии. Сколькими способами это можно сделать.
5. Садовник должен в течении трех дней посадить 10 деревьев. Сколькими способами он может распределить работу по дням, если будет сажать не менее одного дерева в день?
6. Показать, что функция $\Phi(n, C_1, C_2) = C_1 + C_2 \cdot 2^n$ является общим решением ЛРС $f(n+2) = 3f(n+1) - 2f(n)$.

Вариант 7.

1. Решить уравнение:

$$\frac{A_x^5}{C_{x-2}^{x-5}} = 336$$

2. Сколькими способами можно расположить в 9 лузах 7 белых шаров и 2 черных шара? Часть луз может быть пустой и лузы считаются различными.
3. В футбольной команде «Спартак» 30 игроков, среди них 18 нападающих, 11 полузащитников, 17 защитников и вратари. Известно, что трое могут быть нападающими и защитниками, 10 защитниками и полузащитниками, 6 нападающими и полузащитниками, а 1 и нападающим, и защитником, и полузащитником. Вратари не заменимы. Сколько в команде вратарей?
4. Сколькими способами можно разбить 30 рабочих на 3 бригады по 10 человек в каждой бригаде? На 10 групп, по 3 человека в каждой группе?
5. В поезде метро на начальной остановке вышли 100 пассажиров. Сколькими способами могут выйти все пассажиры на последующих 16 остановках поезда?
6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого имеется следующая функция

$$f(n) = 2n.$$

Вариант 8.

1. Решить уравнение:

$$A_x^{x-3} = xP_{x-2}$$

2. Из лаборатории, в которой работает 20 человек, 5 сотрудников должны уехать в командировку. Сколько может быть различных составов этой группы, если начальник лаборатории, его заместитель и главный инженер одновременно уезжать не должны.
3. У отца есть 5 попарно различных апельсинов, которые он выдает своим 8 сыновьям так, что каждый получает либо 1 апельсин, либо ничего. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 15 два числа так, чтобы их сумма была нечетной?

5. На плоскости взяты 9 точек, расположенных в виде квадрата 3×3 . Сколько существует треугольников, у которых одна вершина находится в фиксированной точке А, а две другие - в остальных 8 точках?

6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого есть функция:

$$\varphi(n) = 5^n - 12$$

Вариант 9

1. Решить уравнение:

$$A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7} P_x$$

2. Сколькими способами можно расположить в 9 лузах 7 белых шаров, 1 черный шар и 1 красный шар?
3. Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать кость, на которой есть 1 или 2?
4. На склад завезли 17 серверов с различными дефектами, которые стоят в 2 раза дешевле нормальных серверов. Директор купил в школу 14 таких серверов, а сэкономленные деньги своровал и купил дочке шубу из меха соболя за 200 000 рублей. Сколькими способами директор может выбрать бракованные серверы?
5. В ларьке продаются 15 роз и 18 тюльпанов. Ученик 9-го класса хочет купить 3 цветка для своей одноклассницы, причем все цветы должны быть одинаковыми. Сколькими способами он может составить такой букет?
6. Привести пример ЛРС 2-го порядка, среди решений которого есть функция:

$$f(n) = 3 \cdot 2^n - 2 \cdot 3^n$$

Вариант 10.

1. Решить уравнение:

$$\frac{P_{x+2}}{A_{x-1}^{x-4} \cdot P_3} = 210$$

2. Сколькими способами можно раздать 16 различных предметов 5 студентам так, чтобы трое из них получили по 4 предмета, а двое по 2 предмета.
3. У Васи дома живут 4 кота.
- а) сколькими способами можно рассадить котов по углам комнаты?
- б) сколькими способами можно отпустить гулять котов?
- в) сколькими способами Вася может взять на руки 2-х котов (одного на левую, другого – на правую)?
4. В понедельник в пятом классе 5 уроков: музыка, математика, русский язык, литература и история. Сколько различных способов составления расписания на понедельник существует?
5. В студенческой группе 25 человек. Во время летних каникул 9 из них выезжали в турпоездки за границу, 12 – путешествовали по России, 15 – отдыхали в Сочи, 6 – путешествовали за границей и по России, 7 – были и за границей, и в Сочи, 8 – и путешествовали по России и были в Сочи и 3 – участвовали во всех трех поездках. Сколько студентов никуда не выезжало?
6. Найти общее решение ЛРС и его частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$f(n+2) = 4f(n+1) - 3f(n)$$

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = 1$$

Проверочная работа №1

Вариант 1

1. Сгенерировать все перестановки множества **{1, 4, 9, 10}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{1, 4, 9, 10, 11}** на подмножества.

Вариант 2

1. Сгенерировать все перестановки множества **{2, 7, 10, 12}**

2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 7 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{2, 7, 10, 12, 14}** на подмножества.

Вариант 3

1. Сгенерировать все перестановки множества **{a, b, s, d}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 4 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{1, 7, 9, 10, 12}** на подмножества.

Вариант 4

1. Сгенерировать все перестановки множества **{A, D, C, M}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 8 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{1, 3, 9, 15, 16}** на подмножества.

Вариант 5

1. Сгенерировать все перестановки множества **{L, M, K, T}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{4, 5, 10, 12, 17}** на подмножества.

Вариант 6

1. Сгенерировать все перестановки множества **{8, 9, 15, 16}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 8 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{5, 15, 20, 30, 40}** на подмножества.

Вариант 7

1. Сгенерировать все перестановки множества **{l, m, t, r}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 4 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{17, 20, 21, 22, 23}** на подмножества.

Вариант 8

1. Сгенерировать все перестановки множества **{5, 7, 10, 14}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества **{3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{2, 4, 9, 10, 43}** на подмножества.

Вариант 9

1. Сгенерировать все перестановки множества **{1, 2, 10, 100}**
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 4 из множества **{1, 2, 3, 4, 5, 6}**
3. Сгенерировать все разбиения множества **{0, 1, 5, 9, 12}** на подмножества.

Вариант 10

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{0, 7, 17, 20\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 7 из множества $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{21, 1, 5, 9, 10\}$ на подмножества.

Вариант 11

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{k, r, t, x\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{4, 14, 19, 20\}$ на подмножества.

Вариант 12

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{x, e, t, s\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 8 из множества $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{11, 14, 19, 20, 21\}$ на подмножества.

Вариант 13

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{h, r, c, x\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{11, 41, 90, 111, 120\}$ на подмножества.

Вариант 14

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{d, y, t, z\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{1, 4, 9, 10\}$ на подмножества.

Вариант 15

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{5, 6, 7, 9\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{10, 40, 90, 95, 100\}$ на подмножества.

Вариант 16

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{3, 8, 9, 10\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{1, 4, 9, 10, 16\}$ на подмножества.

Вариант 17

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{j, i, n, m\}$

2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 6 из множества $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{4, 9, 10, 11, 12\}$ на подмножества.

Вариант 18

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{4, 5, 7, 10\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 5 из множества $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{2, 3, 9, 10, 12\}$ на подмножества.

Вариант 19

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{k, l, u, r\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 6 из множества $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{5, 6, 9, 10, 12\}$ на подмножества.

Вариант 20

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{9, 10, 11, 12\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 6 из множества $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{10, 40, 90, 95, 100\}$ на подмножества.

Вариант 21

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{w, r, k, p\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 5 из множества $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{8, 14, 19, 20, 21\}$ на подмножества.

Вариант 22

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{r, v, l, p\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 5 из множества $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{6, 7, 9, 10, 15\}$ на подмножества.

Вариант 23

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{u, q, f, g\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 7 из множества $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{10, 15, 19, 20, 32\}$ на подмножества.

Вариант 24

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{t, h, j, l\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторов объема 6 из множества $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

3. Сгенерировать все разбиения множества $\{10, 12, 13, 14, 15\}$ на подмножества.

Вариант 25

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{r, u, e, b\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 5 из множества $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{10, 15, 20, 25, 30\}$ на подмножества.

Вариант 26

1. Сгенерировать все перестановки множества $\{r, h, g, e\}$
2. Сгенерировать все неупорядоченные выборки без повторений объема 6 из множества $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
3. Сгенерировать все разбиения множества $\{1, 4, 9, 10, 25\}$ на подмножества.

Самостоятельная работа № 1

1. Построить код Шеннона-Фано и вычислить его эффективность для источника с вероятностями букв $1/4; 1/4; 1/8; 1/8; 1/16; 1/16; 1/16; 1/16$.
2. Вычислить энтропию однородного марковского источника, если задана матрица переходных

вероятностей: $p_{ij} = p(u_j | u_i) = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

1. Построить код Хаффмана и вычислить его эффективность для источника с вероятностями букв $7/16; 5/16; 3/16; 1/16$.
2. Построить блочный код Шеннона-Фано с блоками длиной 3 и вычислить его эффективность для однородного

марковского источника с матрицей переходных вероятностей $p_{ij} = p(u_j | u_i) = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$.

1. Построить блочный код Хаффмана с блоками длиной 3 и вычислить его эффективность для источника с вероятностями букв $8/9; 1/9$.
2. Найти пропускную способность канала связи. Число сигналов в единицу времени равно $N = 10$. Помехи

определяются матрицей условных вероятностей $\begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$.

1. Задано десятичное число 13. Закодировать соответствующее двоичное число кодом Хэмминга (7, 4).
2. Найти пропускную способность канала связи. Число сигналов в единицу времени равно $N = 10$. Помехи

определяются матрицей условных вероятностей $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$.

1. Декодировать полученное сообщение 11011101. При кодировании использовался (7, 4) код Хэмминга с проверкой четности.
2. Имеются две урны, содержащие по 20 шаров. В первой урне 10 белых, 5 черных и 5 красных шаров, во второй 8 белых, 8 черных и 4 красных шара. Из каждой урны вытаскивают по одному шару. Исход какого опыта более определен?

Контрольная работа № 3

1. Граф G задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,3,6), (1,7,8), (2,6,5), (2,8,4), (3,5,3), (3,6,9), (3,7,4), (4,7,5), (4,8,2), (5,6,1), (5,7,3), (5,8,8), (6,7,4), (7,8,1). Требуется
 - 1) Нарисовать граф G ;
 - 2) Найти степенную последовательность графа G . Укажите четные и нечетные вершины;
 - 3) Найти матрицу смежности графа G ;
 - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
 - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
 - 6) Постройте дополнение заданного графа;
 - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

1. Граф G задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,3), (1,3,7), (1,6,8), (2,6,4), (2,8,1), (3,4,5), (3,6,9), (3,7,2), (4,8,1), (5,6,4), (5,7,1). Требуется
 - 1) Нарисовать граф G ;
 - 2) Найти степенную последовательность графа G . Укажите четные и нечетные вершины;
 - 3) Обозначить ребра и найти матрицу инцидентности графа;
 - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
 - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
 - 6) Постройте дополнение заданного графа;
 - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

1. Граф G задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего). Требуется
 - 1) Нарисовать граф G ;
 - 2) Найти степенную последовательность графа G . Укажите четные и нечетные вершины;
 - 3) Найти матрицу смежности графа G ;
 - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
 - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
 - 6) Постройте дополнение заданного графа;
 - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

1. Граф G задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,4,8), (1,5,4), (1,6,6), (1,8,3), (2,3,1), (2,6,5), (3,8,7), (4,5,9), (4,7,2), (6,7,5), (7,8,1). Требуется
 - 1) Нарисовать граф G ;
 - 2) Найти степенную последовательность графа G . Укажите четные и нечетные вершины;
 - 3) Обозначить ребра и найти матрицу инцидентности графа;
 - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
 - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
 - 6) Постройте дополнение заданного графа;
 - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

1. Граф G задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,8), (1,4,7), (1,6,5), (2,3,4), (2,4,2), (3,8,6), (4,5,1), (4,6,7), (4,7,2), (4,8,4), (5,6,6), (6,8,1), (7,8,2). Требуется
 - 1) Нарисовать граф G ;
 - 2) Найти степенную последовательность графа G . Укажите четные и нечетные вершины;
 - 3) Найти матрицу смежности графа G ;
 - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;

- 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
 - 6) Постройте дополнение заданного графа;
 - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.
1. Граф G задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,3), (1,3,5), (1,6,7), (1,8,9), (2,7,6), (3,4,1), (3,6,2), (3,8,7), (4,5,4), (5,6,3), (6,8,1), (7,8,9). Требуется
- 1) Нарисовать граф G;
 - 2) Найти степенную последовательность графа G. Укажите четные и нечетные вершины;
 - 3) Найти матрицу смежности графа G;
 - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
 - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
 - 6) Постройте дополнение заданного графа;
 - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

Контрольная работа № 4

- 1). Даны булевы функции $f_1 = y \oplus (\bar{y} \rightarrow (z \vee x))$, $f_2 = xy \vee z$, $f_3 = (x \vee z) \rightarrow x\bar{y}$.
 - а). Для f_1 построить СДНФ, СКНФ, ПЖ двумя способами (с помощью таблицы истинности и с помощью равносильных преобразований).
 - б). Определить, каким классам булевых функций принадлежит f_1 и каким не принадлежит (ответы обосновать).
 - в). Проверить, является ли полной система функций $F = \{f_1, f_2, f_3\}$. Если да, то найти ее базис.
- 2). На R^2 задан предикат $P(x, y) = (y \leq x^2) \wedge (x \leq y^2)$.
 - а). Изобразить на декартовой плоскости область истинности предиката.
 - б). Рассмотреть предикаты $\forall x P(x, y)$, $\forall y P(x, y)$, $\exists x P(x, y)$, $\exists y P(x, y)$.
 - определить, от каких переменных они зависят;
 - вычислить значения этих предикатов для 2-3 различных значений переменных;
 - к каким типам предикатов их можно отнести (тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые)?
 - в). Вычислить значения $\forall x \exists y P(x, y)$, $\forall y \exists x P(x, y)$, $\exists x \forall y P(x, y)$, $\exists y \forall x P(x, y)$, $\forall x \forall y P(x, y)$. Ответы объяснить.

Контрольная работа № 5

1. Дать определение примитивно-рекурсивной функции. Доказать, что функция $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2$ является примитивно-рекурсивной.
2. Построить машину Тьюринга, реализующую алгоритм вычисления функции $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + 4$.

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах): письменных работ

(контрольные, самостоятельные и проверочные работы). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и/или практическое(ие) задание(я), позволяющее(ие) оценить степень сформированности умений и(или) навыков, и(или) опыт деятельности).

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.